

## Exercice

On considère la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

1) Déterminer, sans calculatrice, les matrices  $M^2$  et  $M^3$ .

2) Déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que

$$M^3 + aM^2 + bM + cI_3 = 0_3$$

où  $I_3$  est la matrice unité d'ordre "3×3" et  $0_3$  est la matrice nulle "3×3"

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad 0_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3) En déduire que la matrice  $M$  est inversible et déterminer  $M^{-1}$ .